

## 1. Jakie modalności...? (Wskaż modalności w podanych zdaniach. Scharakteryzuj je.)

- (a) Zenobiusz nie jest przekonany, czy Klementyna go kocha.
- (b) Jest możliwe, że Klementyna kocha Zenobiusza.
- (c) „Klementyna może mnie kochać.” – myśli Zenobiusz – „wszak darzę ją tak silnym uczuciem”.
- (d) Nie jest jednakowoż konieczne, że jeśli Zenobiusz kocha Klementynę, to Klementyna odwzajemnia jego uczucie.
- (e) Bowiem nie zawsze jest tak, że gdy Zenobiusz kocha jakąś niewiastę, to owa niewiasta darzy Zenobiusza tym samym uczuciem.
- (f) Zenobiuszowi nie raz przychodziło do głowy, że powinno być inaczej.
- (g) Zenobiusz stracił apetyt od kiedy dowiedział się, że Klementyna go nie kocha.
- (h) Apetyt mu pewnie nie wróci, dopóki nie zakocha się w Adelajdzie.
- (i) ‘Poszczenie nie jest zakazane, zwłaszcza poszczenie z miłości, Zenobiusz musi się jednak odżywiać!’ – myśli z troską mama Zenobiusza. ‘Wolno ci, Zenobiuszu, nie jadać obiadków mamusi, pod warunkiem, że w przyszłym tygodniu umówisz się na randkę z Adelajdą.’

2. Znajdź w zdaniach z poprzedniego zadania przykłady modalności *de dicto* oraz *de re*. Scharakteryzuj – w ramach powtórki z *Logiki 2* – różnicę znaczenia zdań:

- (a) Jest konieczne, że najwyższy człowiek jest wyższy od każdego innego człowieka.
- (b) Najwyższy człowiek jest z konieczności wyższy od każdego innego człowieka.

## 3. O co chodziło z tą intensjonalnością?

Wyjaśnij, co szwankuje w następujących wnioskowaniach. (Wskazane jest użycie fraz takich jak spójnik ekstensjonalny/intensjonalny, „wymienialność *salva veritate*” i „kontekst intensjonalny”. ☺ )

- (a) Jest konieczne, że  $9 - 1$  wynosi 8.  
liczba planet Układu Słonecznego = 8  
zatem  
Jest konieczne, że liczba planet Układu Słonecznego wynosi 8.
- (b) Jan Śniadecki wiedział, że Mickiewicz jest autorem „Ballad i romansów”.  
autor „Ballad i romansów” = autor „Pana Tadeusza”  
zatem  
Jan Śniadecki wiedział, że Mickiewicz jest autorem „Pana Tadeusza”.

Z „Wykładu z Logiki 2”:

**Definicja 10.1.** **Strukturą modelową** nazywamy dowolną parę uporządkowaną  $\langle W, R \rangle$ , gdzie  $W$  jest niepustym zbiorem, natomiast  $R$  jest binarną relacją w  $W$ .

**Definicja 10.2.** Niech  $\langle W, R \rangle$  będzie strukturą modelową. **Wartościowaniem określonym na strukturze modelowej  $\langle W, R \rangle$**  nazywamy dowolną funkcję  $V$ , której argumentami są formuły języka MRZ i elementy zbioru  $W$ , natomiast wartościami – prawda  $1$  i fałsz  $0$ , spełniającą następujące warunki:

- (1) dla dowolnej zmiennej zdaniowej  $p_i$ , dla każdego  $w \in W$ :  $V(p_i, w) = 1$  lub  $V(p_i, w) = 0$ ;
- (2) dla dowolnej formuły  $A$  języka MRZ, dla każdego  $w \in W$ :  $V(\neg A, w) = 1$  wtw  $V(A, w) = 0$ ;
- (3) dla dowolnych formuł  $A, B$  języka MRZ, dla każdego  $w \in W$ :

- $V(A \wedge B, w) = 1$  wtw  $V(A, w) = 1$  oraz  $V(B, w) = 1$ ;

- $V(A \vee B, w) = 1$  wtw  $V(A, w) = 1$  lub  $V(B, w) = 1$ ;

- $V(A \rightarrow B, w) = 1$  wtw  $V(A, w) = 0$  lub  $V(B, w) = 1$ ;

- $V(A \leftrightarrow B, w) = 1$  wtw  $V(A, w) = V(B, w)$ ;

- (4) dla dowolnej formuły  $A$  języka MRZ, dla każdego  $w \in W$ :

- $V(\Diamond A, w) = 1$  wtw istnieje  $w^* \in W$  takie, że  $wRw^*$  oraz  $V(A, w^*) = 1$ ;

- $V(\Box A, w) = 1$  wtw dla każdego  $w^* \in W$  takiego, że  $wRw^*$ :  $V(A, w^*) = 1$ .

**Definicja 10.3.** **Modelem Kripkego** nazywamy trójkę uporządkowaną  $\langle W, R, V \rangle$ , gdzie  $\langle W, R \rangle$  tworzy strukturę modelową, natomiast  $V$  jest wartościowaniem określonym na strukturze modelowej  $\langle W, R \rangle$ .

**Definicja 10.4.** Mówimy, że formuła  $A$  jest **prawdziwa w świecie w modelu  $\langle W, R, V \rangle$**  wtw  $V(A, w) = 1$ .

4. Niech  $\langle W, R \rangle$  będzie strukturą modelową określoną następująco:  $W = \{w_1, w_2\}$ ,  $R = \{\langle w_1, w_2 \rangle\}$ ,  $V$  niech będzie wartościowaniem określonym na strukturze modelowej  $\langle W, R \rangle$  takim, że:  $V(p, w_1) = 1$ ,  $V(p, w_2) = 0$ ,  $V(q, w_1) = 0$ ,  $V(q, w_2) = 0$ . Oblicz wartości:

- (a)  $V((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p), w_1)$
- (b)  $V(\Box p, w_1)$
- (c)  $V(\Box q, w_2)$
- (d)  $V(\Box(p \rightarrow q), w_1)$
- (e)  $V(\Diamond(p \rightarrow p), w_2)$

5. Rozważmy następujący analogon przykładu (a) z zadania 3.:

Jest konieczne, że  $9 - 1$  wynosi 8.

Liczba planet Układu Słonecznego wynosi 8 wtw  $9 - 1$  wynosi 8.

zatem

Jest konieczne, że liczba planet Układu Słonecznego wynosi 8.

Skonstruuj model Kripkego pokazujący, że to wnioskowanie jest niepoprawne w świetle modalnej logiki K (tj. pokazujący, że schemat wnioskowania nie dziedziczy prawdziwości w świecie).